



Formulasi dan Implementasi Algoritmik Penentuan Infimum dan Supremum pada Domain Real melalui Simulasi MATLAB

Algorithmic Formulation and Implementation of Infimum and Supremum Determination in Real Domain through MATLAB Simulation

Fidella Conseta Siagian¹, Khairina Zahra², Sehati Saurmatania Tampubolon³, Yoel Manaek Simarmata⁴, Tri Andri Hutapea⁵

^{1,2,3,4} Universitas Negeri Medan, Medan, Indonesia

**Fidella Conseta Siagian., Universitas Negeri Medan, 20371, Medan, Indonesia.*

[¹fidella.4233230027@mhs.unimed.ac.id](mailto:fidella.4233230027@mhs.unimed.ac.id)

[²khairinazahra413@gmail.com](mailto:khairinazahra413@gmail.com)

[³sehatiii.4233230017@mhs.unimed.ac.id](mailto:sehatiii.4233230017@mhs.unimed.ac.id)

[⁴yoelmanaek.4233230039@mhs.unimed.ac.id](mailto:yoelmanaek.4233230039@mhs.unimed.ac.id)

[⁵triandrihutapea@unimed.ac.id](mailto:triandrihutapea@unimed.ac.id)

Kata Kunci :

Infimum; Supremum; Analisis Real; MATLAB; Simulasi

ABSTRAK

Infimum dan supremum merupakan konsep dasar dalam analisis real yang menjamin keberadaan batas bawah terbesar dan batas atas terkecil pada suatu himpunan bilangan real. Penelitian ini bertujuan merumuskan serta mengimplementasikan algoritma penentuan infimum dan supremum melalui pendekatan analisis teoretis serta simulasi MATLAB. Jenis penelitian yang digunakan ialah deskriptif-komputasional dengan objek berupa fungsi kuadrat, fungsi trigonometri, dan himpunan diskrit. Perhitungan manual dilakukan menggunakan turunan dan definisi infimum-supremum, sedangkan simulasi MATLAB memanfaatkan fungsi bawaan serta visualisasi grafik. Hasil penelitian menunjukkan konsistensi antara analisis teoretis dan simulasi numerik, dengan nilai ekstrem yang sesuai teori. Simulasi MATLAB terbukti efektif menonjolkan pemahaman konsep abstrak sekaligus menjadi media pembelajaran interaktif dalam analisis real.

Keywords :

Infimum; Supreme; Real Analysis; MATLAB; Simulation

ABSTRACT

Infimum and supremum are fundamental concepts in real analysis that guarantee the existence of the greatest lower bound and the least upper bound on a set of real numbers. This study aims to formulate and implement an algorithm for determining the infimum and supremum through a theoretical analysis approach and MATLAB simulation. The type of research used is descriptive-computational with objects in the form of quadratic functions, trigonometric functions, and discrete sets. Manual calculations are performed using derivatives and infimum-supremum definitions, while MATLAB simulation utilizes built-in functions and graphic visualization. The results show consistency between theoretical analysis and numerical simulation, with extreme values that are in accordance with the theory. MATLAB

PENDAHULUAN

Analisis real merupakan salah satu cabang matematika yang melandasi konsep limit, kontinuitas, serta nilai ekstrem. Konsep supremum dan infimum menjadi pusat kajian karena menjamin adanya batas atas terkecil dan batas bawah terbesar pada himpunan bilangan real [1], [2]. Kajian eksistensi supremum dan infimum melalui teorema Cantor-Dedekind mengukuhkan kelengkapan sistem bilangan real dan menjadi dasar formulasi algoritmik [3].

Dalam konteks pendidikan serta penelitian, visualisasi konsep abstrak ini semakin diperkokoh dengan pemanfaatan perangkat lunak komputasi. Studi mengenai visualisasi supremum dan infimum menggunakan Python [1] menunjukkan efektivitas pendekatan komputasional dalam memperjelas konsep. Prinsip serupa dapat diadaptasi ke MATLAB, yang telah terbukti mendukung penyelesaian masalah matematika di berbagai level [4], [5].

Beberapa penelitian juga menekankan integrasi MATLAB dalam pembelajaran matematika, baik untuk guru maupun siswa, sebagai alat bantu memahami grafik, persamaan, dan algoritma numerik [6], [7]. Penelitian lain mengembangkan media interaktif berbasis MATLAB GUIDE untuk penyelesaian sistem persamaan linear, yang menunjukkan potensi MATLAB sebagai fasilitas visualisasi dan simulasi matematis [8]. Bahkan, kajian di bidang ekonomi menerapkan analisis numerik dan komputasi untuk menghubungkan konsep matematis dengan fenomena riil, memperluas dan memperkaya cakupan aplikasi algoritmik [9].

Namun, masih terdapat jarak penelitian berupa kurangnya integrasi eksplisit antara teori analisis real, algoritme penentuan supremum dan infimum, dan implementasi MATLAB dalam literatur nasional. Penelitian ini bertujuan menyusun formulasi algoritmik penentuan infimum dan supremum pada domain real serta mengimplementasikannya melalui simulasi MATLAB, sehingga mampu memperkuat literatur nasional di bidang analisis real dan komputasi matematis.

METODE PELAKSANAAN

1. Jenis dan Pendekatan Penelitian

Penelitian ini ialah penelitian deskriptif-komputasional yang bertujuan menganalisis nilai infimum dan supremum dari beberapa fungsi dan himpunan melalui dua pendekatan, yaitu:

1. Analisis teoretis (manual) berdasarkan konsep turunan dan definisi infimum–supremum pada Analisis Real.
2. Simulasi numerik berbasis MATLAB sebagai alat bantu visualisasi dan verifikasi hasil perhitungan.

Pendekatan penelitian ini dipilih untuk membandingkan konsistensi antara teori analitik dan hasil komputasi numerik.

2. Objek Penelitian

Objek yang dikaji dalam penelitian ini mencakup tiga jenis, yaitu fungsi kuadrat pada interval tertutup tertentu, fungsi trigonometri pada interval yang mewakili satu periode penting dari sinus, dan himpunan diskrit yang terdiri dari beberapa bilangan real. Ketiga objek itu dipilih karena masing-masing memiliki karakteristik yang berbeda dalam hal perilaku ekstremnya sehingga mampu memberikan representasi yang baik mengenai konsep dasar infimum dan supremum.

3. Teknik Pengumpulan Data

Data yang digunakan adalah data matematis deterministik, berupa nilai hasil perhitungan analitik dan numerik. Teknik analisis meliputi:

1. Perbandingan langsung antara hasil infimum–supremum manual serta hasil MATLAB.
2. Analisis kesesuaian (*consistency check*) dalam memastikan keduanya membentuk nilai yang seharusnya identik, kecuali terjadi aproksimasi numerik pada interval besar.
3. Interpretasi visual melalui grafik dalam memperkuat pemahaman konsep supremum dan infimum.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada penelitian ini dilakukan simulasi penentuan infimum dan supremum terhadap beberapa fungsi dan himpunan menggunakan MATLAB.

1. Fungsi Kuadrat

Pada fungsi kuadrat $f(x) = x^2 - 4x + 5$ dengan interval $[-10, 10]$, perhitungan manual melalui turunan $f'(x) = 2x - 4$ menghasilkan titik kritis pada $x = 2$. Evaluasi fungsi menunjukkan nilai minimum (infimum) sebesar $f(2) = 1$, sedangkan nilai maksimum (supremum) diperoleh pada batas interval $x = -10$ dengan $f(-10) = 145$. Hasil ini konsisten dengan simulasi MATLAB yang memberikan nilai mendekati sama, yaitu:

infimum ≈ 1 dan supremum ≈ 145 .

Visualisasi grafik parabola yang dihasilkan MATLAB memperlihatkan titik ekstrem tersebut dengan jelas.

2. Fungsi Trigonometri

Untuk fungsi trigonometri $f(x) = \sin(x)$ pada interval $[0, 2\pi]$, pendekatan manual menunjukkan bahwa infimum terjadi pada $x = \frac{3\pi}{2}$ dengan nilai -1 , sedangkan supremum terjadi pada $x = \frac{\pi}{2}$ dengan nilai 1 . Simulasi MATLAB memberikan hasil identik, dan grafik sinus menggambarkan kurva periodik dengan titik puncak dan lembah sesuai teori.

3. Himpunan Diskrit

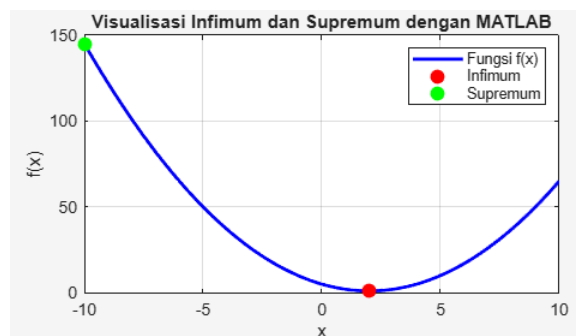
Pada himpunan diskrit $\{1, 2, 3, 4, 5\}$, perhitungan manual langsung menunjukkan nilai terkecil (1) sebagai infimum dan nilai terbesar (5) sebagai supremum. MATLAB menghitung hasil yang sama dengan fungsi min dan max.

Ringkasan hasil perhitungan ditunjukkan pada Tabel 1 berikut:

Fungsi/Himpunan	Interval/Himpunan	Infimum (nilai, titik)	Supremum (nilai, titik)
$f(x) = x^2 - 4x + 5$	$[-10, 10]$	$f(2) = 1$	$f(-10) = 145$
$f(x) = \sin(x)$	$[0, 2\pi]$	$f(3\pi/2) = -1$	$f(\pi/2) = 1$
Himpunan $\{1, 2, 3, 4, 5\}$	Diskrit	1	5

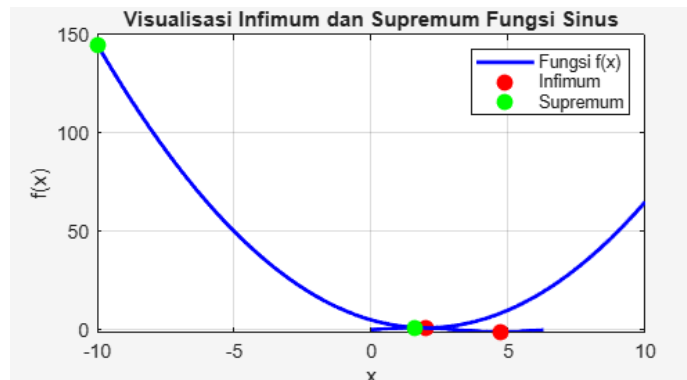
Tabel 1. Ringkasan Hasil Perhitungan Infimum dan Supremum

Selain tabel, visualisasi grafik juga ditampilkan untuk memperjelas konsep. Gambar 1 menunjukkan grafik fungsi kuadrat dengan titik infimum (merah) dan supremum (hijau).



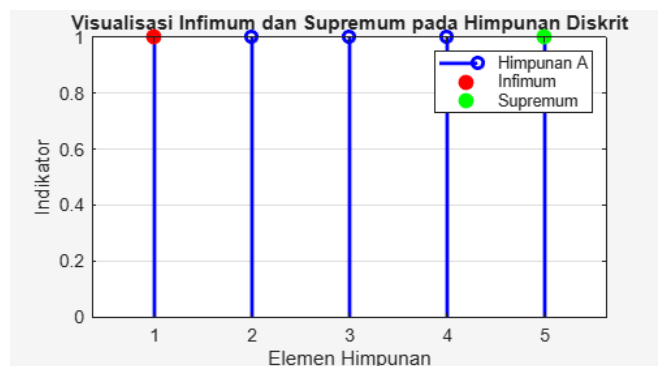
GAMBAR 1: Visualisasi fungsi kuadrat $f(x) = x^2 - 4x + 5$ dengan infimum dan supremum pada interval $[-10, 10]$

Gambar 2 menunjukkan grafik kurva sinus dengan titik minimum (merah) dan maksimum (hijau).



GAMBAR 2: Visualisasi Grafik fungsi trigonometri $f(x) = \sin(x)$ pada interval $[0, 2\pi]$.

Gambar 3 Visualisasi menggunakan stem menampilkan elemen himpunan sebagai titik-titik diskrit, dengan tanda merah untuk infimum dan hijau untuk supremum.



GAMBAR 3: Visualisasi himpunan diskrit $\{1, 2, 3, 4, 5\}$.

Hasil yang diperoleh dari simulasi MATLAB memperkuat konsep dasar dalam analisis real tentang keberadaan infimum dan supremum pada suatu himpunan atau fungsi. Pada fungsi kuadrat, titik ekstrem yang muncul sesuai dengan teori turunan pertama menyatakan bahwa turunan nol menentukan kandidat minimum atau maksimum lokal. Karena fungsi kuadrat dengan koefisien utama positif bersifat cekung ke atas, maka titik kritis yang ditemukan adalah titik minimum global pada interval tersebut. Sementara itu, supremum dicapai pada batas interval karena $f(x)$ fungsi yang terus meningkat untuk nilai x besar.

Pada fungsi trigonometri, hasil simulasi menguatkan sifat periodik dari $\sin(x)$. Infimum dan supremum pada interval tertentu bergantung terhadap posisi relatif interval tersebut pada siklus sinus. Karena interval yang ditinjau meliputi titik-titik standar ekstrem sinus, maka nilai -1 dan 1 muncul sebagai infimum dan supremum. Visualisasi grafik yang dihasilkan MATLAB mendukung menyajikan osilasi tersebut secara lebih jelas, terutama bagaimana gelombang mencapai titik puncak dan lembahnya secara periodik. Hal ini menghasilkan ilustrasi yang kuat tentang hubungan antara teori limit dan kontinuitas dengan bentuk grafik fungsi trigonometri.

Pada himpunan diskrit, pembahasan menjadi lebih sederhana karena konsep infimum dan supremum bergantung di pencarian elemen terkecil maupun terbesar. Hasil MATLAB yang identik melalui perhitungan manual menjadi bukti bahwa metode komputasi sangat efektif untuk himpunan terbatas, terutama ketika ukuran himpunan diperbesar. Perbandingan ini juga memperlihatkan bahwa MATLAB tidak hanya sesuai untuk fungsi kontinu, tetapi juga mampu menangani data diskrit dengan baik.

Secara keseluruhan, hasil simulasi menunjukkan konsistensi antara perhitungan numerik MATLAB dengan teori analitik. Perbedaan kecil dapat muncul pada kasus interval yang luas atau fungsi dengan sifat khusus, akibat keterbatasan aproksimasi numerik. Namun demikian, visualisasi grafik yang dihasilkan MATLAB memberikan nilai tambah dalam aspek pedagogis, karena mampu menerangkan konsep abstrak infimum dan supremum secara lebih intuitif. Dengan demikian, implementasi algoritma penentuan infimum dan supremum menggunakan MATLAB terbukti efektif, baik dalam aspek komputasi serta visualisasi, dan mampu dijadikan media pembelajaran interaktif dalam analisis real.

KESIMPULAN DAN SARAN

Kesimpulan

Penelitian ini menunjukkan bahwa konsep infimum dan supremum yang dipelajari secara teoritis dapat dipahami lebih jelas ketika dipadukan dengan simulasi komputasi menggunakan MATLAB. Perhitungan manual pada fungsi kuadrat, fungsi trigonometri, dan himpunan diskrit memberikan hasil yang konsisten dengan simulasi numerik. Hal ini menegaskan bahwa pendekatan analitik dan komputasi saling melengkapi: teori memberikan dasar yang kuat, sementara simulasi membantu memperlihatkan hasil secara visual dan lebih mudah dipahami.

Visualisasi grafik yang dihasilkan MATLAB juga memberi nilai tambah, karena mampu memperlihatkan titik ekstrem secara nyata dan intuitif. Dengan cara ini, konsep abstrak seperti infimum dan supremum tidak hanya terbukti secara matematis, tetapi juga dapat dipahami secara lebih sederhana oleh mahasiswa maupun praktisi.

Secara keseluruhan, penelitian ini menegaskan bahwa integrasi teori analisis real dengan simulasi MATLAB bukan hanya valid secara akademik, tetapi juga bermanfaat sebagai media pembelajaran interaktif yang memperkaya pengalaman belajar matematika.

Saran

Saran pada penelitian selanjutnya ialah agar pengembangan algoritma penentuan infimum dan supremum dapat diterapkan pada fungsi yang lebih kompleks serta dikembangkan pada kasus-kasus nyata sehingga hasilnya lebih aplikatif. Selain itu, penggunaan perangkat komputasi lain seperti Python atau GeoGebra mampu dipertimbangkan dalam melihat perbandingan efektivitas dan akurasi. Pengembangan media pembelajaran interaktif berbasis MATLAB juga disarankan agar konsep yang bersifat abstrak dapat dipahami lebih baik oleh mahasiswa. Terakhir, penelitian berikutnya mampu melibatkan evaluasi pengguna secara langsung dalam menilai seberapa besar pengaruh visualisasi MATLAB terhadap pemahaman konsep analisis real.

DAFTAR PUSTAKA

- Alam, R. F., & Banatul Hayati, F. M. (2020). *Analisis keterkaitan antara jumlah uang beredar dan pdb riil indonesia (periode 2010.1-2018.12)*. 9, 1–13.
- Alwi, W. (2021). *ANALISIS REAL*. Perkumpulan Rumah Cemerlang Indonesia ANGGOTA IKAPI JAWA BARAT.
- Anggraini, D., Ayu, R., Hutabarat, N., Sitorus, S. D. L., Nabilah, W. N., Hutapea, T. A., Medan, U. N., Baru, K., & Serdang, D. (2025). *VISUALISASI SUPREMUM DAN INFIMUM MENGGUNAKAN*. 3(4).
- Ardina, E. N., Erlinasari, & Supari. (2025). *Pengenalan dan Implementasi Matlab Untuk Siswa SMK Walisongo Semarang*. 8(1).
- Bitto, N. (n.d.). *EKSISTENSI SUPREMUM DAN INFIMUM DENGAN TEOREMA CANTOR DEDEKIND*.
- Handani, I. (2022). *Pengaruh Media Pembelajaran Matematika Menggunakan Software MatLab Pokok Bahasan Matriks Terhadap Hasil Belajar Siswa Tahun Pelajaran 2020 / 2021*. 2, 454–462.
- Maya Sari Wahyuni, M. A., & Rosidah. (2023). *Penggunaan Matlab Sebagai Alat Bantu dalam Menyelesaikan Masalah Matematika pada Guru SMP di Kabupaten Takalar*. November, 0–4.
- Primajati, G., Dita Oktavihari, & Supiarmo, M. G. (2025). *Pengembangan Media Interaktif untuk*

Penyelesaian Sistem Persamaan Linear Metode Eliminasi Gauss Berbasis Matlab Guide pada Program Studi Pendidikan Matematika. 16(1).

Yuana, R. A. (2011). *Penggunaan matlab dalam penyelesaian sistem persamaan linear menggunakan jaringan hopfield linear. I*, 53–59.