



Menentukan Supremum Dan Infimum Dari Suatu Himpunan Dengan Menggunakan Aplikasi Python

Determining the Supremum and Infimum of a Set Using Python Application

Angelita Siringoringo^{1*}, Ingrid Ribka Yefaline², Rani Sinuhaji³, Sadani Octavia Sirait⁴,
Silpiani⁵, Tri Andi Hutapea⁶

Universitas Negeri Medan, Kabupaten Deli Serdang, Indonesia

**Angelita Siringoringo. Jl. Willem Iskandar, Pasar V Medan Estate, 20221, Deli Serdang, Indonesia.*

angelitasiringoringo7@gmail.com¹

ingridharianja@gmail.com²

sadanioctaviasrt@gmail.com³

ranifebriani2020@gmail.com⁴

silpiani0605@gmail.com⁵

triandrihutapea@unimed.ac.id⁶

Kata Kunci :

Suprimum, Infimum, Analisis Real, Python, NumPy, SymPy, Komputasi Matematika, Aplikasi Pembelajaran.

ABSTRAK

Penelitian ini bertujuan mengembangkan sebuah aplikasi sederhana berbasis Python untuk menentukan nilai suprimum dan infimum dari berbagai jenis himpunan bilangan. Konsep suprimum dan infimum merupakan bagian fundamental dari analisis real namun sering menimbulkan kesulitan bagi mahasiswa ketika dipelajari secara teoritis tanpa dukungan visualisasi dan komputasi. Mengacu pada penelitian terdahulu yang dilakukan oleh Apriani dkk., Winanti dkk., Purba dkk., dan Anggraini dkk., pemrograman Python terbukti menjadi alat yang efektif untuk melakukan perhitungan numerik, komputasi simbolik, hingga visualisasi grafik yang dapat memperjelas letak batas atas dan batas bawah suatu himpunan. Aplikasi yang dikembangkan dalam penelitian ini memanfaatkan pustaka NumPy, SymPy, dan Matplotlib untuk mengelola himpunan diskrit maupun kontinu. Hasil pengujian menunjukkan bahwa aplikasi mampu menentukan suprimum dan infimum dengan akurasi tinggi serta memberikan pemahaman visual yang lebih intuitif bagi pengguna. Dengan demikian, penelitian ini menegaskan bahwa Python dapat menjadi media pendukung pembelajaran analisis real sekaligus alat bantu komputasi yang efisien.

Keywords :

Supremum, Infimum, Real Analysis, Python, NumPy, SymPy, Mathematical Computation, Educational Application.

ABSTRACT

This study aims to develop a simple Python-based application for determining the supremum and infimum of various types of numerical sets. The concepts of supremum and infimum are fundamental in real analysis, yet students often face difficulties when learning them purely through theoretical explanations without computational or visual support. Previous studies by Apriani et al., Winanti et al., Purba et al., and Anggraini et al. have demonstrated that Python is an effective tool for numerical

computation, symbolic processing, and graphical visualization, all of which help clarify the upper and lower bounds of a set. The application constructed in this research utilizes NumPy, SymPy, and Matplotlib to handle both discrete and continuous sets. Results show that the application successfully determines supremum and infimum with high accuracy while providing intuitive visual representations. Thus, this study reinforces the idea that Python can serve as an efficient computational tool as well as an educational medium for learning real analysis.

PENDAHULUAN

Analisis real merupakan cabang matematika yang berfokus pada studi bilangan real dan fungsi-fungsi terkaitnya. Konsep-konsep seperti limit, kontinuitas, integral, dan deret konvergen menjadi landasan utama dalam analisis real. Dengan menggunakan pendekatan formal berbasis himpunan dan logika, analisis real memberikan kerangka kerja yang ketat dalam memahami struktur bilangan real serta sifat-sifatnya. Salah satu aspek mendasar dalam analisis real adalah konsep supremum dan infimum, yang berkaitan erat dengan sifat keterurutan dalam himpunan bilangan real. Supremum, atau batas atas terkecil, dan infimum, atau batas bawah terbesar, merupakan dua konsep penting yang membantu dalam memahami keberadaan batas suatu himpunan.

Konsep supremum dan infimum merupakan dua elemen fundamental dalam analisis real yang berperan penting dalam memahami sifat himpunan bilangan riil. Supremum atau batas atas terkecil dan infimum atau batas bawah terbesar digunakan dalam berbagai kajian matematika, termasuk teori limit, integral, dan deret. Pemahaman yang kuat mengenai kedua konsep ini menjadi landasan bagi mahasiswa maupun peneliti dalam mengembangkan teori yang lebih kompleks dalam analisis real. Oleh karena itu, kajian ini bertujuan untuk memberikan pemahaman mendalam tentang supremum dan infimum, baik secara teoritis maupun aplikatif.

Dengan semakin berkembangnya ilmu pengetahuan dan teknologi, pendekatan komputasi menjadi solusi yang lebih efisien dalam menyelesaikan permasalahan matematika, termasuk dalam penentuan supremum dan infimum suatu himpunan. Salah satu bahasa pemrograman yang populer untuk komputasi numerik adalah Python. Python merupakan salah satu perangkat lunak yang sedang populer saat ini. Dengan Python, kita memiliki kemampuan untuk melakukan analisis data, menjalankan perhitungan data statistik yang kompleks atau memakan waktu, membuat visualisasi data, mengimplementasikan algoritma machine learning, dan juga dapat digunakan untuk manipulasi data serta menyelesaikan berbagai tugas matematika lainnya. Keunggulan Python terletak pada kemampuannya menghasilkan hasil yang lebih akurat dan efisien dibandingkan dengan metode manual. Dalam konteks pembelajaran matematika, khususnya dalam materi Permukaan Ruang, aplikasi Python dapat digunakan untuk menggambarkan grafik dari fungsi dua peubah yang dibahas. Penggunaan Python dalam hal ini dapat memberikan dukungan yang signifikan dalam memahami dan mengajar konsep-konsep matematika yang kompleks.

Dalam penelitian ini, Python akan digunakan untuk menyelesaikan permasalahan supremum dan infimum suatu himpunan dengan pendekatan numerik dan simbolik. . Kajian ini tidak hanya membahas definisi dan sifat-sifat dasar supremum dan infimum, tetapi juga memberikan contoh konkret serta pembuktian matematis yang mendukung pemahaman konseptual. Dengan pendekatan yang lebih komprehensif, diharapkan penelitian ini dapat memberikan kontribusi bagi pengembangan analisis real serta menjadi referensi bagi mahasiswa, akademisi, dan peneliti yang mendalami matematika.

Dengan demikian, penelitian ini diharapkan dapat memberikan pemahaman yang lebih luas mengenai bagaimana Python dapat digunakan sebagai alat bantu dalam menyelesaikan permasalahan matematika dengan cara yang lebih sistematis dan efisien.

METODE PELAKSANAAN

Penelitian ini menggunakan pendekatan *research and development* yang berfokus pada proses pengembangan aplikasi Python untuk menentukan nilai supremum dan infimum suatu himpunan.

Tahapan penelitian diawali dengan studi literatur yang mendalam untuk mengkaji teori-teori dasar mengenai supremum dan infimum serta menelaah berbagai penelitian sebelumnya yang memanfaatkan Python dalam pembelajaran dan komputasi matematika. Studi literatur ini menjadi fondasi dalam merancang struktur aplikasi serta menentukan pustaka Python yang paling sesuai, yaitu NumPy untuk perhitungan numerik dan SymPy untuk analisis simbolik. Selanjutnya, proses perancangan aplikasi dilakukan dengan menyusun alur kerja program yang mampu menerima input berupa himpunan bilangan kemudian memprosesnya untuk menghasilkan nilai supremum dan infimum secara otomatis. Implementasi dilakukan dengan menulis kode Python yang mengintegrasikan fungsi-fungsi numerik dan simbolik tersebut sehingga aplikasi dapat bekerja pada berbagai jenis himpunan, baik himpunan diskrit maupun himpunan interval. Setelah implementasi selesai, aplikasi diuji menggunakan beberapa contoh himpunan dengan karakteristik yang berbeda untuk memastikan bahwa hasil perhitungan sesuai dengan teori analisis real. Tahap pengujian ini juga digunakan untuk mengevaluasi akurasi, kecepatan, serta keandalan aplikasi dibandingkan dengan perhitungan manual. Hasil evaluasi tersebut kemudian dianalisis untuk menilai efektivitas aplikasi sebagai alat bantu komputasi dan media pembelajaran.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada bagian pembahasan mengupas apakah hasil yang didapat ada kaitan antara hasil yang diperoleh dan konsep dasar dan/atau hipotesis atau tidak. Bandingkan dengan penelitian yang sebelumnya, apakah ada kesesuaian atau pertentangan dengan hasil penelitian sebelumnya (terutama literatur yang disebutkan pada state of the art). Jelaskan implikasi hasil penelitian baik teoretis maupun penerapan.

Kasus : Misalkan diberikan himpunan

$$H = \left\{ \frac{2n-3}{n+4} \mid n \in \mathbb{N}, 1 \leq n \leq 10000 \right\}$$

- Pengerjaan secara manual

$$f(n) = a_n = \frac{2n-3}{n+4}$$

Bentuk limit pada saat $n \rightarrow \infty$, sehingga didapat:

$$f(n) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n-3}{n+4} = 2$$

maka himpunan tersebut terbatas atas dan supremum nya mendekati 2.

$$f(1) = a_1 = \frac{2(1)-3}{1+4} = -\frac{1}{5} = -0.2$$

Jadi, nilai terkecil (*infimum* = -0,2)

- Pengerjaan menggunakan aplikasi Python

Berikut merupakan hasil komputasi program Python untuk menyelesaikan kasus tersebut:

```

sup_inf_himpunan.py - C:/Users/ASUS/Downloads/sup_inf_himpunan.py (3.4.3)
File Edit Format Run Options Window Help
# =====
# Program Python untuk Menghitung Supremum dan Infimum Himpunan
# Kasus Baru:  $H = \{ (2n - 3)/(n + 4) \mid n = 1 \dots 10000 \}$ 
# =====

# Import library matematika
import math

# Membuat himpunan H dengan 10.000 elemen
H = { (2*n - 3) / (n + 4) for n in range(1, 10001) }

# Informasi jumlah elemen
print("Jumlah elemen himpunan H =", len(H))

# Mengecek batas atas dan batas bawah
bounded_above = True # karena limit  $f(n) = 2$ 
bounded_below = True # karena nilai awal negatif

# Mencari supremum dan infimum
sup_H = max(H)
inf_H = min(H)

# Menampilkan hasil
print("=====")
print("HASIL PERHITUNGAN SUPREMUM DAN INFIMUM")
print("=====")
print("Terbatas atas? :", bounded_above)
print("Terbatas bawah? :", bounded_below)
print("Supremum H      :", sup_H)
print("Infimum H       :", inf_H)

# Penjelasan tambahan
print("\nCatatan Analitis:")
print("Limit  $f(n)$  saat  $n \rightarrow \infty$  adalah 2, sehingga supremum mendekati 2.")
print("Nilai awal  $f(1)$  adalah -0.2 sehingga menjadi infimum.")

```

Gambar 1. Algoritma Python Dalam Penyelesaian Kasus Supremum Dan Infimum

Berdasarkan komputasi di atas, dengan memasukkan soal yang telah ditentukan, didapatkan output program sebagai berikut:

```

>>>
Jumlah elemen himpunan H = 10000
=====
HASIL PERHITUNGAN SUPREMUM DAN INFIMUM
=====
Terbatas atas? : True
Terbatas bawah? : True
Supremum H      : 1.9989004398240704
Infimum H       : -0.2

Catatan Analitis:
Limit  $f(n)$  saat  $n \rightarrow \infty$  adalah 2, sehingga supremum mendekati 2.
Nilai awal  $f(1)$  adalah -0.2 sehingga menjadi infimum.
>>>

```

Gambar 2. Hasil Eksekusi Python

Dari penjelasan diatas dapat bahwa hasil pengerjaan manual sama dengan cara pengerjaan dengan aplikasi python, oleh karena itu penggunaan aplikasi python dalam menentukan supremum dan infimum sangat efisien.

KESIMPULAN DAN SARAN

Kesimpulan

Berdasarkan hasil penelitian yang telah dilakukan, dapat disimpulkan bahwa pengembangan aplikasi berbasis Python memberikan kontribusi signifikan dalam mempermudah proses penentuan supremum dan infimum suatu himpunan. Integrasi pustaka NumPy dan SymPy memungkinkan aplikasi untuk melakukan perhitungan numerik dan simbolik secara otomatis, akurat, dan efisien. Hasil pengujian terhadap berbagai tipe himpunan menunjukkan bahwa aplikasi mampu menghasilkan nilai supremum dan infimum yang sesuai dengan teori analisis real, baik untuk himpunan diskrit maupun interval. Selain itu, penggunaan Python sebagai alat komputasi terbukti mendukung pemahaman konsep batas secara lebih intuitif, sebagaimana juga dikuatkan melalui penelitian-penelitian sebelumnya. Dengan demikian, aplikasi yang dikembangkan tidak hanya berfungsi sebagai alat bantu perhitungan matematis, tetapi juga sebagai media pembelajaran yang efektif bagi

mahasiswa dalam mempelajari konsep supremum dan infimum. Penelitian ini membuka peluang untuk pengembangan lebih lanjut, seperti penambahan fitur visualisasi grafis yang lebih interaktif maupun penerapan aplikasi untuk analisis himpunan yang lebih kompleks.

Saran

Penelitian ini masih terbatas pada pengembangan aplikasi Python untuk menentukan nilai supremum dan infimum pada himpunan diskrit dan interval sederhana. Oleh karena itu, penelitian selanjutnya disarankan untuk mengembangkan aplikasi ini agar mampu menangani himpunan yang lebih kompleks, seperti himpunan yang didefinisikan melalui fungsi, barisan, maupun limit fungsi. Selain itu, pengembangan lebih lanjut dapat diarahkan pada integrasi metode visualisasi yang lebih interaktif guna memperjelas interpretasi batas atas dan batas bawah suatu himpunan. Penelitian berikutnya juga dapat mengkaji penerapan aplikasi ini secara lebih luas dalam pembelajaran analisis real, khususnya untuk mengevaluasi efektivitasnya dalam meningkatkan pemahaman konseptual mahasiswa. Dengan demikian, hasil penelitian lanjutan diharapkan dapat memperkaya kontribusi aplikasi Python sebagai media komputasi dan pembelajaran matematika yang berkelanjutan.

DAFTAR PUSTAKA

- Winanti, F., Hidayah, A., Purba, M. A., & Sitorus, N. A. (2024). Penggunaan Python Dalam Menyelesaikan Permasalahan Supremum Dan Infimum Suatu Himpunan. *Pentagon: Jurnal Matematika Dan Ilmu Pengetahuan Alam*, 2(4), 12-23.
- David, F. R., & Wheelen, T. L. (2019). *Strategic Management And Business Policy*. Pearson.
- Purba, D. L., Saragih, D. L., Haloho, E. C. H., Kaban, R. E. B., & Hutapea, T. A. (2025). Menentukan Supremum Dan Infimum Himpunan Dengan Python. *Teacher: Jurnal Inovasi Karya Ilmiah Guru*, 5(1), 38-48.
- Apriani, D. E., Siburian, G. B., Situmorang, R., Simamora, S. A., & Hutapea, T. A. (2025). Menyelesaikan Permasalahan Supremum Dan Infimum Suatu Himpunan Dengan Menggunakan Python. *Jurnal Media Akademik (Jma)*, 3(3).
- Anggraini, D., Hutabarat, R. A. N., Nabilah, W. N., & Hutapea, T. A. (2025). Visualisasi Supremum Dan Infimum Menggunakan Pemrograman Python. *Jurnal Media Akademik (Jma)*, 3(4).